Соломатин Д.В.

Ранги планарности полугрупповых многообразий, порожденных полугруппами третьего порядка.

Комбинаторно-Вычислительные Методы Алгебры и Логики

15 июля - 19 июля, 2024
Омск, Россия

Введение

Изучение полугрупп малых порядков может быть полезно по нескольким причинам:

Изучение полугрупп малых порядков может быть полезно по нескольким причинам:

1) Основы алгебры: Полугруппы являются одной из важнейших структур в алгебре. Они представляют собой множество с заданной на нём ассоциативной бинарной операцией. Изучение полугрупп помогает понять основные алгебраические структуры и операции.

Изучение полугрупп малых порядков может быть полезно по нескольким причинам:
1) Основы алгебры: Полугруппы являются одной из важнейших структур в алгебре. Они представляют собой множество с заданной на нём ассоциативной бинарной операцией. Изучение полугрупп помогает понять основные алгебраические структуры и операции.
2) Изучение свойств: Полугруппы малых порядков могут быть полезны для изучения свойств полугрупп в целом. Они могут служить примерами или контрпримерами для различных свойств и теорем.

Изучение полугрупп малых порядков может быть полезно по нескольким причинам:

1) Основы алгебры: Полугруппы являются одной из важнейших структур в алгебре. Они представляют собой множество с заданной на нём ассоциативной бинарной операцией. Изучение полугрупп помогает понять основные алгебраические структуры и операции.

2) Изучение свойств: Полугруппы малых порядков могут быть полезны для изучения свойств полугрупп в целом. Они могут служить примерами или контрпримерами для различных свойств и теорем.

3) Приложения: Полугруппы находят применение в различных областях, включая теорию кодирования, теорию автоматов и дискретную математику.

Изучение полугрупп малых порядков может быть полезно по нескольким причинам:
1) Основы алгебры: Полугруппы являются одной из важнейших структур в алгебре. Они представляют собой множество с заданной на нём ассоциативной бинарной операцией. Изучение полугрупп помогает понять основные алгебраические структуры и операции.
2) Изучение свойств: Полугруппы малых порядков могут быть полезны для изучения свойств полугрупп в целом. Они могут служить примерами или контрпримерами для различных свойств и теорем.
3) Приложения: Полугруппы находят применение в различных областях, включая теорию кодирования, теорию автоматов и дискретную математику.
4) Теоретические исследования: Изучение полугрупп малых порядков может привести к открытию новых теоретических результатов в области алгебры.

Изучение полугрупп малых порядков может быть полезно по нескольким причинам:
1) Основы алгебры: Полугруппы являются одной из важнейших структур в алгебре. Они представляют собой множество с заданной на нём ассоциативной бинарной операцией. Изучение полугрупп помогает понять основные алгебраические структуры и операции.
2) Изучение свойств: Полугруппы малых порядков могут быть полезны для изучения свойств полугрупп в целом. Они могут служить примерами или контрпримерами для различных свойств и теорем.
3) Приложения: Полугруппы находят применение в различных областях, включая теорию кодирования, теорию автоматов и дискретную математику.
4) Теоретические исследования: Изучение полугрупп малых порядков может привести к открытию новых теоретических результатов в области алгебры.
5) Обучение и образование: Полугруппы малых порядков могут быть полезны в образовательных целях, помогая студентам лучше понять и визуализировать абстрактные алгебраические концепции.

Основные определения и обозначения

Пусть $N_n = \langle a \mid a^n = a^{n+1} \rangle$ – апериодическая моногенная полугруппа порядка n;

Основные определения и обозначения

Пусть $N_n = \langle a \mid a^n = a^{n+1} \rangle$ – апериодическая моногенная полугруппа порядка n;

$Y_2 = \{0, 1\}$ – двухэлементная полурешетка;

Основные определения и обозначения

Пусть $N_n = \langle a \mid a^n = a^{n+1} \rangle$ – апериодическая моногенная полугруппа порядка n;

$Y_2 = \{0, 1\}$ – двухэлементная полурешетка;

$C = \{0, ab, b\}$ – подполугруппа полугруппы Брандта
$B_2 = \langle a, b \mid a^2 = b^2 = 0, aba = a, bab = b \rangle$;

Основные определения и обозначения

Пусть $N_n = \langle a \mid a^n = a^{n+1} \rangle$ – апериодическая моногенная полугруппа порядка n;

$Y_2 = \{0, 1\}$ – двухэлементная полурешетка;

$C = \{0, ab, b\}$ – подполугруппа полугруппы Брандта $B_2 = \langle a, b \mid a^2 = b^2 = 0, aba = a, bab = b \rangle$;

$L_n = \langle l_1, l_2, \ldots, l_n \mid xy = x \rangle$ – полугруппа левых нулей порядка n;

Основные определения и обозначения

Пусть $N_n = \langle a \mid a^n = a^{n+1} \rangle$ – апериодическая моногенная полугруппа порядка n;

$Y_2 = \{0, 1\}$ – двухэлементная полурешетка;

$C = \{0, ab, b\}$ – подполугруппа полугруппы Брандта
$B_2 = \langle a, b \mid a^2 = b^2 = 0, aba = a, bab = b \rangle$;

$L_n = \langle l_1, l_2, \ldots, l_n \mid xy = x \rangle$ – полугруппа левых нулей порядка n;

$\mathbb{Z}_n = \langle a \mid a^{n+1} = a \rangle$ – циклическая группа порядка n;

Основные определения и обозначения

Пусть $N_n = \langle a \mid a^n = a^{n+1} \rangle$ – апериодическая моногенная полугруппа порядка n;

$Y_2 = \{0, 1\}$ – двухэлементная полурешетка;

$C = \{0, ab, b\}$ – подполугруппа полугруппы Брандта
$B_2 = \langle a, b \mid a^2 = b^2 = 0, aba = a, bab = b \rangle$;

$L_n = \langle l_1, l_2, \ldots, l_n \mid xy = x \rangle$ – полугруппа левых нулей порядка n;

$\mathbb{Z}_n = \langle a \mid a^{n+1} = a \rangle$ – циклическая группа порядка n;

S^1 – обозначает моноид, полученный из S присоединением нейтрального элемента.

Многообразие, порожденное полугруппой S, обозначается через $\mathrm{var}\ S$, с другой, – через $\mathrm{var}\ \Sigma$ обозначается многообразие полугрупп, заданное системой тождеств Σ.

Многообразие, порожденное полугруппой S, обозначается через $\mathrm{var}\ S$, с другой, – через $\mathrm{var}\ \Sigma$ обозначается многообразие полугрупп, заданное системой тождеств Σ.

Тогда, следуя [Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30, Таблица 2], будем придерживаться таких обозначений для 13 многообразий, порождаемых одной из 18 возможных полугрупп третьего порядка:

Многообразие, порожденное полугруппой S, обозначается через $\mathrm{var}\ S$, с другой, – через $\mathrm{var}\ \Sigma$ обозначается многообразие полугрупп, заданное системой тождеств Σ.

Тогда, следуя [Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30, Таблица 2], будем придерживаться таких обозначений для 13 многообразий, порождаемых одной из 18 возможных полугрупп третьего порядка:

$\mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xy \approx zt\}$;

Многообразие, порожденное полугруппой S, обозначается через $\mathrm{var}\ S$, с другой, – через $\mathrm{var}\ \Sigma$ обозначается многообразие полугрупп, заданное системой тождеств Σ.

Тогда, следуя [Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30, Таблица 2], будем придерживаться таких обозначений для 13 многообразий, порождаемых одной из 18 возможных полугрупп третьего порядка:

$\mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xy \approx zt\}$;$\mathrm{var}\ N_3 = \mathrm{var}\{xyz \approx hkt, xy \approx yx\}$;

Многообразие, порожденное полугруппой S, обозначается через $\mathrm{var}\ S$, с другой, – через $\mathrm{var}\ \Sigma$ обозначается многообразие полугрупп, заданное системой тождеств Σ.

Тогда, следуя [Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30, Таблица 2], будем придерживаться таких обозначений для 13 многообразий, порождаемых одной из 18 возможных полугрупп третьего порядка:

$\mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xy \approx zt\}$;$\mathrm{var}\ N_3 = \mathrm{var}\{xyz \approx hkt, xy \approx yx\}$;

$\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2y \approx xy, xy \approx yx\}$;

$\mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xy \approx yx\}$;

Многообразие, порожденное полугруппой S, обозначается через $\mathrm{var}\ S$, с другой, – через $\mathrm{var}\ \Sigma$ обозначается многообразие полугрупп, заданное системой тождеств Σ.
Тогда, следуя [Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30, Таблица 2], будем придерживаться таких обозначений для 13 многообразий, порождаемых одной из 18 возможных полугрупп третьего порядка:
$\mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xy \approx zt\}$;$\mathrm{var}\ N_3 = \mathrm{var}\{xyz \approx hkt, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2y \approx xy, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xy \approx yx\}$; $\mathrm{var}\ C = \mathrm{var}\{xy^2 \approx xy, x^2y^2 \approx y^2x^2\}$;

Многообразие, порожденное полугруппой S, обозначается через $\mathrm{var}\ S$, с другой, – через $\mathrm{var}\ \Sigma$ обозначается многообразие полугрупп, заданное системой тождеств Σ.

Тогда, следуя [Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30, Таблица 2], будем придерживаться таких обозначений для 13 многообразий, порождаемых одной из 18 возможных полугрупп третьего порядка:

$\mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xy \approx zt\}$;$\mathrm{var}\ N_3 = \mathrm{var}\{xyz \approx hkt, xy \approx yx\}$;

$\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2y \approx xy, xy \approx yx\}$;

$\mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xy \approx yx\}$; $\mathrm{var}\ C = \mathrm{var}\{xy^2 \approx xy, x^2y^2 \approx y^2x^2\}$;

$\mathrm{var}\ L_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xyz \approx xzy\}$;

Многообразие, порожденное полугруппой S, обозначается через $\mathrm{var}\ S$, с другой, – через $\mathrm{var}\ \Sigma$ обозначается многообразие полугрупп, заданное системой тождеств Σ.
Тогда, следуя [Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30, Таблица 2], будем придерживаться таких обозначений для 13 многообразий, порождаемых одной из 18 возможных полугрупп третьего порядка:

$\mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xy \approx zt\}$;$\mathrm{var}\ N_3 = \mathrm{var}\{xyz \approx hkt, xy \approx yx\}$;

$\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2y \approx xy, xy \approx yx\}$;

$\mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xy \approx yx\}$; $\mathrm{var}\ C = \mathrm{var}\{xy^2 \approx xy, x^2y^2 \approx y^2x^2\}$;

$\mathrm{var}\ L_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xyz \approx xzy\}$;

$\mathrm{var}\ N_2^1 = \mathrm{var}\{x^3 \approx x^2, xy \approx yx\}$;

Многообразие, порожденное полугруппой S, обозначается через $\mathrm{var}\ S$, с другой, – через $\mathrm{var}\ \Sigma$ обозначается многообразие полугрупп, заданное системой тождеств Σ.
Тогда, следуя [Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30, Таблица 2], будем придерживаться таких обозначений для 13 многообразий, порождаемых одной из 18 возможных полугрупп третьего порядка:

$\mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xy \approx zt\}$;$\mathrm{var}\ N_3 = \mathrm{var}\{xyz \approx hkt, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2y \approx xy, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xy \approx yx\}$; $\mathrm{var}\ C = \mathrm{var}\{xy^2 \approx xy, x^2y^2 \approx y^2x^2\}$;
$\mathrm{var}\ L_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xyz \approx xzy\}$;
$\mathrm{var}\ N_2^1 = \mathrm{var}\{x^3 \approx x^2, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ Y_2 \vee \mathrm{var}\ \mathbb{Z}_2 = \mathrm{var}\{x^3 \approx x, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ L_2^1 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xyx \approx xy\}$;

Многообразие, порожденное полугруппой S, обозначается через $\mathrm{var}\ S$, с другой, – через $\mathrm{var}\ \Sigma$ обозначается многообразие полугрупп, заданное системой тождеств Σ.
Тогда, следуя [Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30, Таблица 2], будем придерживаться таких обозначений для 13 многообразий, порождаемых одной из 18 возможных полугрупп третьего порядка:

$\mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xy \approx zt\}$;$\mathrm{var}\ N_3 = \mathrm{var}\{xyz \approx hkt, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2y \approx xy, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xy \approx yx\}$; $\mathrm{var}\ C = \mathrm{var}\{xy^2 \approx xy, x^2y^2 \approx y^2x^2\}$;
$\mathrm{var}\ L_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xyz \approx xzy\}$;
$\mathrm{var}\ N_2^1 = \mathrm{var}\{x^3 \approx x^2, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ Y_2 \vee \mathrm{var}\ \mathbb{Z}_2 = \mathrm{var}\{x^3 \approx x, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ L_2^1 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xyx \approx xy\}$; $\mathrm{var}\ L_2 \vee \mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xyz \approx xy\}$;
$\mathrm{var}\ L_2 = \mathrm{var}\{xy \approx x\}$;

Многообразие, порожденное полугруппой S, обозначается через $\mathrm{var}\ S$, с другой, – через $\mathrm{var}\ \Sigma$ обозначается многообразие полугрупп, заданное системой тождеств Σ.
Тогда, следуя [Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30, Таблица 2], будем придерживаться таких обозначений для 13 многообразий, порождаемых одной из 18 возможных полугрупп третьего порядка:

$\mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xy \approx zt\}$;$\mathrm{var}\ N_3 = \mathrm{var}\{xyz \approx hkt, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2y \approx xy, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xy \approx yx\}$; $\mathrm{var}\ C = \mathrm{var}\{xy^2 \approx xy, x^2y^2 \approx y^2x^2\}$;
$\mathrm{var}\ L_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xyz \approx xzy\}$;
$\mathrm{var}\ N_2^1 = \mathrm{var}\{x^3 \approx x^2, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ Y_2 \vee \mathrm{var}\ \mathbb{Z}_2 = \mathrm{var}\{x^3 \approx x, xy \approx yx\}$;
$\mathrm{var}\ L_2^1 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xyx \approx xy\}$; $\mathrm{var}\ L_2 \vee \mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xyz \approx xy\}$;
$\mathrm{var}\ L_2 = \mathrm{var}\{xy \approx x\}$; $\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ \mathbb{Z}_2 = \mathrm{var}\{x^2yz \approx yz, xy \approx yx\}$;

Многообразие, порожденное полугруппой S, обозначается через $\mathrm{var}\ S$, с другой, – через $\mathrm{var}\ \Sigma$ обозначается многообразие полугрупп, заданное системой тождеств Σ.

Тогда, следуя [Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30, Таблица 2], будем придерживаться таких обозначений для 13 многообразий, порождаемых одной из 18 возможных полугрупп третьего порядка:

$\mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xy \approx zt\}$;$\mathrm{var}\ N_3 = \mathrm{var}\{xyz \approx hkt, xy \approx yx\}$;

$\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2y \approx xy, xy \approx yx\}$;

$\mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xy \approx yx\}$; $\mathrm{var}\ C = \mathrm{var}\{xy^2 \approx xy, x^2y^2 \approx y^2x^2\}$;

$\mathrm{var}\ L_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xyz \approx xzy\}$;

$\mathrm{var}\ N_2^1 = \mathrm{var}\{x^3 \approx x^2, xy \approx yx\}$;

$\mathrm{var}\ Y_2 \vee \mathrm{var}\ \mathbb{Z}_2 = \mathrm{var}\{x^3 \approx x, xy \approx yx\}$;

$\mathrm{var}\ L_2^1 = \mathrm{var}\{x^2 \approx x, xyx \approx xy\}$; $\mathrm{var}\ L_2 \vee \mathrm{var}\ N_2 = \mathrm{var}\{xyz \approx xy\}$;

$\mathrm{var}\ L_2 = \mathrm{var}\{xy \approx x\}$; $\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ \mathbb{Z}_2 = \mathrm{var}\{x^2yz \approx yz, xy \approx yx\}$;

$\mathrm{var}\ \mathbb{Z}_3 = \mathrm{var}\{x^3y \approx y, xy \approx yx\}$.

В свою очередь, многообразие, порождённое всеми полугруппами порядка 3 определяется следующей системой тождеств:
$\mathbf{S}_3 = \mathrm{var}\{x^8y \approx x^2y,\ xy^8 \approx xy^2,\ x^7yx \approx xyx^7 \approx xyx,\ xyx^6zx \approx xyzx,\ x^2yx \approx xyx^2,\ xyxzx \approx x^2yzx,\ xhyxty \approx xhxyty, xhyxy \approx xhxy^2,\ xyxty \approx x^2yty,\ xyxy \approx x^2y^2\}.$

В свою очередь, многообразие, порождённое всеми полугруппами порядка 3 определяется следующей системой тождеств:
$\mathbf{S}_3 = \mathrm{var}\{x^8y \approx x^2y,\ xy^8 \approx xy^2,\ x^7yx \approx xyx^7 \approx xyx,\ xyx^6zx \approx xyzx,\ x^2yx \approx xyx^2,\ xyxzx \approx x^2yzx,\ xhyxty \approx xhxyty, xhyxy \approx xhxy^2,\ xyxty \approx x^2yty,\ xyxy \approx x^2y^2\}.$

Определение

Основой $SCay\,(G,X)$ графа Кэли $Cay\,(G,X)$ полугруппы G относительно минимального множества образующих X называем обыкновенный граф, полученный из исходного графа путём удаления меток, петель, ориентации дуг и кратных ребер.

Свободную n-порожденную полугруппу многообразия $\mathbf{V}$ будем обозначать как $F_n(\mathbf{V})$.

Свободную n-порожденную полугруппу многообразия $\mathbf{V}$ будем обозначать как $F_n(\mathbf{V})$.

Определение

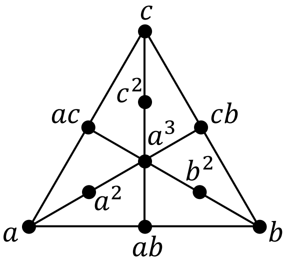
Натуральное число r называем рангом планарности многообразия $\mathbf{V}$ полугрупп, если все $F_n(\mathbf{V})$ свободные в $\mathbf{V}$ полугруппы ранга $n \leq r$ планарные (т. е. допускают планарные графы Кэли), а свободная в этом многообразии полугруппа ранга $r+1$ не является планарной. Если для многообразия $\mathbf{V}$ такого натурального числа r не существует, то считаем, что многообразие $\mathbf{V}$ имеет бесконечный ранг планарности.

Основной результат

Теорема

$r_\pi(\mathrm{var}\ N_2) = r_\pi\left(\mathrm{var}\ L_2^1\right) = r_\pi(\mathrm{var}\ L_2 \vee \mathrm{var}\ N_2) = r_\pi(\mathrm{var}\ L_2) = \infty;$
$r_\pi(\mathrm{var}\ L_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2) = 4;$
$r_\pi(\mathrm{var}\ N_3) = r_\pi(\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2) = r_\pi(\mathrm{var}\ Y_2) = r_\pi(\mathrm{var}\ C) = 3;$
$r_\pi\left(\mathrm{var}\ N_2^1\right) = r_\pi(\mathrm{var}\ Y_2 \vee \mathrm{var}\ \mathbb{Z}_2) = r_\pi(\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ \mathbb{Z}_2) = 2;$
$r_\pi(\mathrm{var}\ \mathbb{Z}_3) = r_\pi(\mathbf{S}_3) = 1.$

Идея доказательства



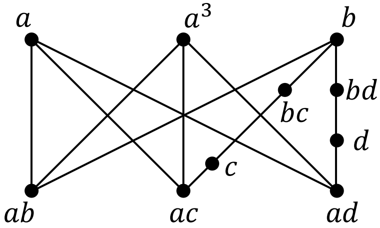


Рис.1. Плоская укладка графа $SCay(F_3(\mathrm{var}\ N_3), \{a, b, c\})$ и подграф графа $SCay(F_4(\mathrm{var}\ N_3), \{a, b, c, d\})$, гомеоморфный графу $K_{3,3}$.

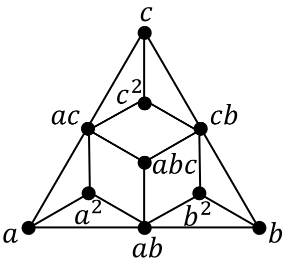


Рис.2. Плоская укладка графа $SCay(F_3(\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2), \{a, b, c\})$ и подграф графа $SCay(F_4(\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ Y_2), \{a, b, c, d\})$, гомеоморфный графу $K_{3,3}$.

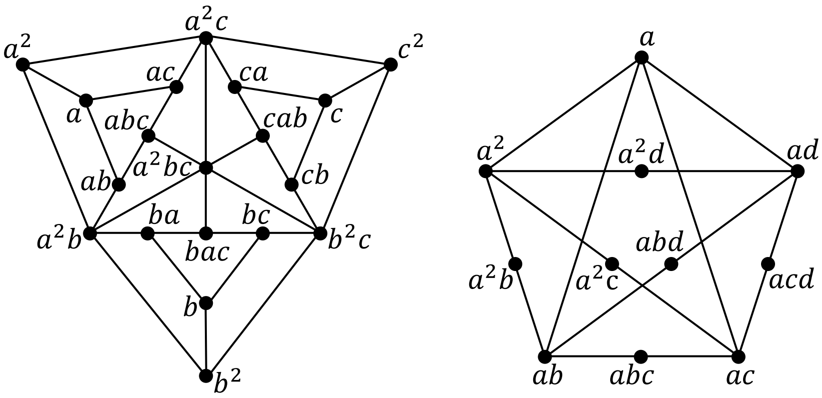


Рис.3. Плоская укладка графа $SCay(F_3(\mathrm{var}\ C), \{a, b, c\})$ и подграф графа $SCay(F_4(\mathrm{var}\ C), \{a, b, c, d\})$, гомеоморфный графу K_5.

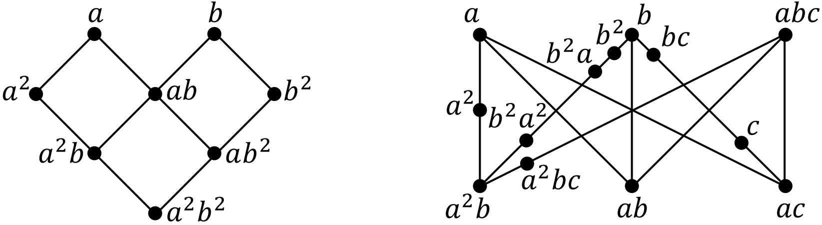
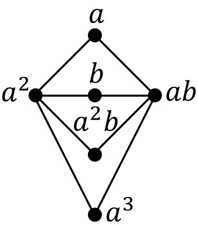


Рис.4. Плоская укладка графа $SCay(F_2(\mathrm{var}\ N_2^1), \{a, b\})$ и подграф графа $SCay(F_3(\mathrm{var}\ N_2^1), \{a, b, c\})$, гомеоморфный графу $K_{3,3}$.



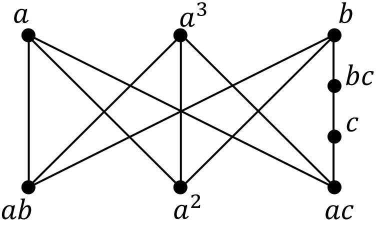


Рис.5. Плоская укладка графа $SCay(F_2(\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ \mathbb{Z}_2), \{a, b\})$ и подграф графа $SCay(F_3(\mathrm{var}\ N_2 \vee \mathrm{var}\ \mathbb{Z}_2), \{a, b, c\})$, гомеоморфный графу $K_{3,3}$.

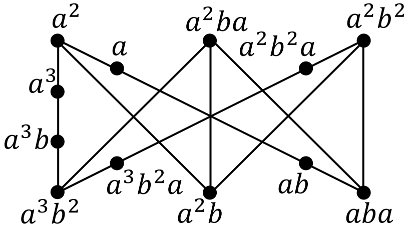


Рис.6. Подграф графа $SCay(F_2(\mathbf{S}_3), \{a, b\})$, гомеоморфный графу $K_{3,3}$.

Список литературы.

- Романьков В.А., Беленкова Ж.Т., Регулярные графы Кэли. Сибирский мат. журнал. Депонирована в ВИНИТИ, 1997. №802-В97, – 37 с., 57 рис.

Список литературы.

- Романьков В.А., Беленкова Ж.Т., Регулярные графы Кэли. Сибирский мат. журнал. Депонирована в ВИНИТИ, 1997. №802-В97, – 37 с., 57 рис.
- Petrich M., Introduction to Semigroups, Merrill, Columbus, 1973, P. 216.

Список литературы.

- Романьков В.А., Беленкова Ж.Т., Регулярные графы Кэли. Сибирский мат. журнал. Депонирована в ВИНИТИ, 1997. №802-В97, – 37 с., 57 рис.
- Petrich M., Introduction to Semigroups, Merrill, Columbus, 1973, P. 216.
- Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30.

Список литературы.

- Романьков В.А., Беленкова Ж.Т., Регулярные графы Кэли. Сибирский мат. журнал. Депонирована в ВИНИТИ, 1997. №802-В97, – 37 с., 57 рис.
- Petrich M., Introduction to Semigroups, Merrill, Columbus, 1973, P. 216.
- Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30.
- Соломатин Д.В., Исследования полугрупп с планарными графами Кэли: результаты и проблемы // Прикладная дискретная математика, 2021, №54, С. 5–57.

Список литературы.

- Романьков В.А., Беленкова Ж.Т., Регулярные графы Кэли. Сибирский мат. журнал. Депонирована в ВИНИТИ, 1997. №802-В97, – 37 с., 57 рис.
- Petrich M., Introduction to Semigroups, Merrill, Columbus, 1973, P. 216.
- Luo Y., Zhang W., On the variety generated by all semigroups of order three // Journal of Algebra, V. 334, 2011, pp. 1–30.
- Соломатин Д.В., Исследования полугрупп с планарными графами Кэли: результаты и проблемы // Прикладная дискретная математика, 2021, №54, С. 5–57.
- Макарьев А.Л., О полугруппах идемпотентов с ациклическими графами Кэли // Математика и информатика: наука и образование: межвузовский сборник научных трудов. – Омск: Изд-во ОмГПУ. – 2007. – Вып. 6. – С. 26-34.

Спасибо за внимание!

solomatin_dv@omgpu.ru